Institut für Radioökologie und Strahlenschutz
Leibniz Universität Hannover

Unsicherheiten und charakteristische Grenzen:

Wie können wir mit Unsicherheiten leben?

Rolf Michel

FS Jahrestagung 2012, Karlsruhe

Inhalt

- 30 Jahre Statistik im AK SIGMA
- Was ist Unsicherheit?
- Normung von Unsicherheiten
- Unsicherheiten und Entscheidungen
- Zukunft des AK SIGMA

30 Jahre AK SIGMA: Von DIN 25482 zur DIN ISO 11929

- Ende 1981 Gründung AK SIGMA, gleichzeitig DIN-Ausschuss NMP 722
- Sekretäre des AK SIGMA und DIN-Obmänner: Heinrich Schultz bis 1984, Klaus Kirchhoff bis 2000, Rolf Michel seit 2001
- Sekretäre (DIN): Waldemar Erdtmann bis 2000, Margarete Otto 2001 bis 2003
- 1997 – 2005 Rolf Michel Convenor von ISO/TC85/SC2/WG17, Nachfolger von Klaus Kirchhoff
- 2003 DIN löst den DIN-Ausschuss auf. Weiterarbeit allein als AK SIGMA.
- 2006 Wiederbelebung als Normausschuss DKE GAK 967.2.1, Spiegelgremium zu ISO/TC85/SC2/WG17 Sekretär (DKE): Georg Vogel

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Was haben wir geschafft?

- DIN 25482 Teile 1 – 7, 10 – 13 (1989 – 2003)
- Beiblätter zu DIN 25482 Teilen 1, 2, 5, 6 (1992 – 1998)
- ISO 11929 Teile 1 – 8 (2000 – 2005)
- ISO 11929 (2010)
- DIN ISO 11929 (2011)
- Beiblatt zu DIN ISO 11929 (Entwurf 2012)
- …
- Diverse grundlegende und erläuternde Publikationen
- …
- …
- In der überschaubaren Zukunft: Routinemäßige Revisionen und Pflege von ISO 11929 und DIN ISO 11929

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Aus- und Weiterbildungen

- 1998 Fortbildung zu DIN 25482 auf der FS-Jahrestagung in Lindau
- 2010 Fortbildung zu DIN ISO 11929 auf der FS-Jahrestagung auf Borkum
- Regelmäßig:
  - Vorträge auf den LPS Sommerschulen
  - Kurse am FTU/KIT
- … und viele missionarische Vorträge

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Bayes Theorie der Messunsicherheiten und charakteristische Grenzen

K. Weise, W. Wöger, Eine Bayessche Theorie der Messunsicherheit, PTB-Bericht N-11, 1992.

K. Weise, W. Wöger, A Bayesian theory of measurement uncertainty. Meas. Sci. Technol. 4, 1-11 (1993).

K. Weise, W. Wöger, Messunsicherheiten und Messdatenauswertung, Wiley-VCH, Weinheim (1999).

K. Weise, R. Michel, Erkennungsgrenze, Nachweisgrenze und Vertrauensbereich in der allgemeinen Kernstrahlungsspektrometrie, Kerntechnik 60 No. 4 (1995) 189 - 196

K. Weise, Bayesian-statistical detection limit, decision threshold, and confidence interval in nuclear radiation measurement, Kerntechnik 63 (1998) 214 – 224.

R. Michel, Quality Assurance of Nuclear Analytical Techniques Based on Bayesian Characteristic Limits, Proceedings MTAA-10, J. Radioanal. Chem. 245 (2000) 137 – 144.

K. Weise, K. Hübel, R. Michel, E. Rose, M. Schläger, D. Schrammel, M. Täschner, Nachweisgrenzen und Erkennungsgrenzen bei Kernstrahlungsmessungen: Spezielle Anwendungen, ISSN 1013-4506, ISBN 3-8249-0904-9, FS-04-127-AKSIGMA, TÜV Verlag Rheinland (2004).

K. Weise, The Bayesian count rate probability distribution in measurement of ionizing radiation by use of a ratemeter, PTB Ra-44 (2004).

K. Weise, K. Hübel, R. Michel, E. Rose, M. Schläger, D. Schrammel, M. Täschner, Determination of the detection limit and decision threshold for ionizing-radiation measurements: fundamentals and particular applications, ISSN 1013-4506, ISBN 3-8249-0945-6, FS-05-129-AKSIGMA, TÜV Verlag Rheinland, Köln (2005).

K. Weise, G. Kanisch, R. Michel, M. Schläger, D. Schrammel, M. Täschner, Bayesian decision threshold, detection limit and confidence limits in ionizing radiation measurements, Radiation Protection Dosimetry 121(1) (2006) 52 – 63.

K. Weise, G. Kanisch, R. Michel, M. Schläger, D. Schrammel, M. Täschner, Monte Carlo determination of the characteristic limits in measurement of ionising radiation: Fundamentals and numerics, Radiation Protection Dosimetry 135 No. 3 (2009) 169 – 196; doi:10.1093/rpd/ncp105

K. Weise, G. Kanisch, R. Michel, M. Schläger, D. Schrammel, M. Täschner, Characteristic values in radiation measurement — material for a critical discussion of fundamentals and alternatives, in Vorbereitung.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Was ist Unsicherheit? Woraus entsteht Unsicherheit?

Dass ich nicht weiß,

- wie die Würfel fallen werden,
- wann ein Kern zerfallen wird,
- ob es ein Junge oder ein Mädchen wird,
- ob ein Flügelschlag eines Schmetterlings für das heutige Wetter verantwortlich ist,
- was die Zukunft bringen wird,
- welche Größen mein experimentelles Ergebnis beeinflussen,
- ob zwei Größen ursächlich miteinander verbunden sind,
- ob ein System deterministisch, stochastisch oder chaotisch ist,
- ob der Zufall die Welt regiert,
- …

Unsicherheit entsteht durch Mangel an Information.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Wie können wir mit Unsicherheiten leben?

- Unsicherheit ist charakteristisch für die menschliche Erkenntnis und das menschliche Handeln.
- Wir schließen und entscheiden immer auf der Grundlage unvollständiger Information.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

James Clerk Maxwell (1850)

„The true logic for this world is the calculus of probabilities, which takes account of the magnitude of the probability which is, or ought to be, in a reasonable man's mind."

In James Clerk Maxwell and Peter Michael Harman (ed.), The Scientific Letters and Papers of James Clerk Maxwell, Vol. 1, 1846-1862 (1990), 197.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Normung von Unsicherheiten

Das Neue im Jahr 2011 war nicht DIN ISO 11929.

Es war die konsequente Anwendung des ISO GUM (1995).

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Normung von Messunsicherheiten

DIN 1319 Teil 3	Auswertung von Messungen einer einzelnen Messgröße, Messunsicherheit	1996
DIN 1319 Teil 4	Behandlung von Unsicherheiten bei der Auswertung von Messungen	1999
ISO	Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen, Beuth Verlag, Berlin, Köln	1993
ISO	ISO Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, corrected reprint, ISO, Genf	(1993) 1995
EURACHEM	EURACHEM Working Group on Uncertainty in Chemical Measurement, Quantifying Uncertainty in Chemical Measurement	1995
DIN V ENV 13005	Leitfaden zur Angabe der Unsicherheit beim Messen	1999
IAEA Tecdoc 1401	Quantifying uncertainty in nuclear analytical measurements	2004
DIN VDE 0493	DIN VDE 0493 Beiblatt 2: Strahlenschutzinstrumentierung – Bestimmung der Unsicherheit beim Messen	2007
JCGM	International vocabulary of metrology - Basic and general concepts and associated terms (VIM)	2008
JCGM	Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)	2008
JCGM	Evaluation of measurement data - An Introduction to the „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ and related documents	2008
JCGM	Evaluation of measurement data - Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) - Supplement 1 to the „Guide to the expression of uncertainty in measurement“ - Propagation of distributions using a Monte Carlo method	2009
JCGM	Evaluation of measurement data – Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" - Extension to any number of output quantities	2011

VIM

JCGM
Joint Committee for Guides in Metrology (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

GUM

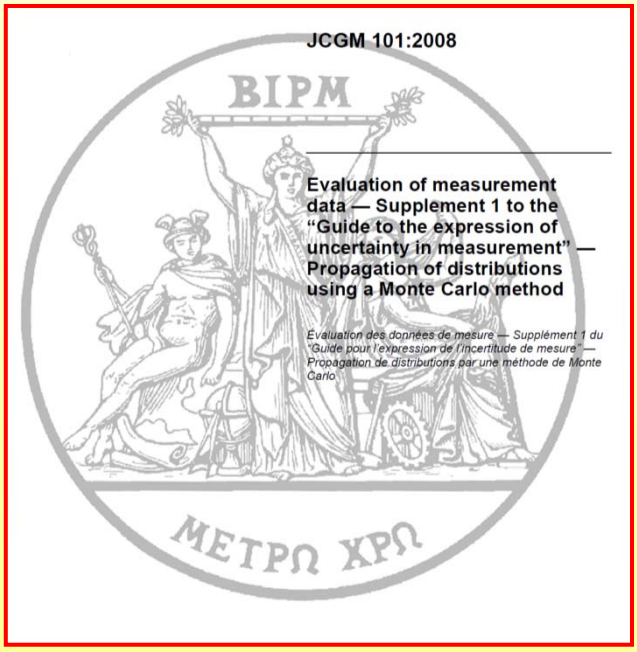
JCGM
Joint Committee for Guides in Metrology
(BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

An introduction to the GUM

JCGM
Joint Committee for Guides in Metrology
(BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover



GUM Supplement I

JCGM
Joint Committee for Guides in Metrology
(BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

GUM Supplement II

JCGM
Joint Committee for Guides in Metrology
(BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP and OIML)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

VIM, GUM, …

Kostenlos herunterladen unter:

http://www.bipm.org/en/publications/guides/gum.html

Folgenden Dokumente werden derzeit vom JCGM vorbereitet:

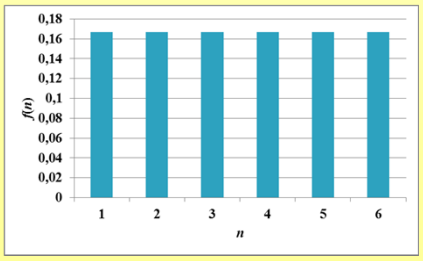
- **Evaluation of measurement data – Supplement 3 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" – Modelling**
- **Conformity**
- **Evaluation of measurement data – Applications of the least-squares method**

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Was ist Unsicherheit?

…, dass ich nicht weiß, wie der Würfel fallen wird.

Ich kann aber Wahrscheinlichkeiten angeben.



Die vollständige Beschreibung der Unsicherheit: eine PDF.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Eine PDF

$$f(\tilde{y}|y,\mathfrak{I})$$

… ist die Wahrscheinlichkeit, dass der wahre Werte $\tilde{y}$ ist, gegeben der Messwert y und sonstige verfügbare Information $\mathfrak{I}$.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Es gibt ein Problem mit der Wahrscheinlichkeit.

Es gibt zwei unterschiedliche Welten:

Bayes Statistik und frequentistische Statistik.

Der Begriff Wahrscheinlichkeit hat nicht die gleiche Bedeutung in den beiden Welten der Statistik !!!

Obwohl viele – aber nicht alle – Ergebnisse nahezu gleich sind, dürfen die beiden Welten nicht miteinander vermischt werden.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Bayes und frequentistische Statistik

Thomas Bayes
* 1702 in London
† 1761 in Turnbridge Wells

Richard Edler von Mises
* 1883 in Lemberg
† 1953 in Boston

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Frequentistische und Bayesische Wahrscheinlichkeiten

Die frequentistische Ansicht ist:

Wahrscheinlichkeit ist der stochastische Grenzwert relativer Häufigkeiten.

Die Bayesische Ansicht ist:

Wahrscheinlichkeit ist ein Maß für das Vertrauen, das ein Individuum in eine unsichere Aussage hat.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Wahrscheinlichkeiten und Häufigkeiten

- Nicht jede Wahrscheinlichkeit kann durch eine Häufigkeit dargestellt werden.
- Nicht jede Häufigkeitsverteilung kann als Wahrscheinlichkeitsverteilung interpretiert werden.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Bayes und frequentistische Statistik

Frage:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei einem sechsseitigen Würfel eine „sechs“ zu werfen?

Antwort des Bayesianers:

1/6

Antwort des (ehrlichen) Frequentisten:

Ich weiß es nicht; ich habe noch nicht gewürfelt.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

In der Metrologie schätzen wir den unbekannten wahren Wert $\tilde{y}$ einer Messgröße Y durch einen Messwert y.

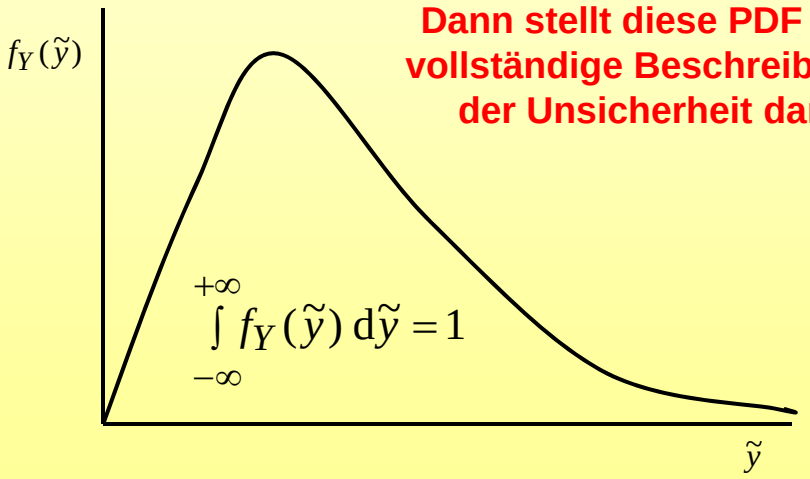
Was uns interessiert, ist:

$$f\left(\tilde{y} \middle| y, \mathfrak{I}\right)$$

Dabei ist $\mathfrak{I}$ alle sonst vorhandene Information.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

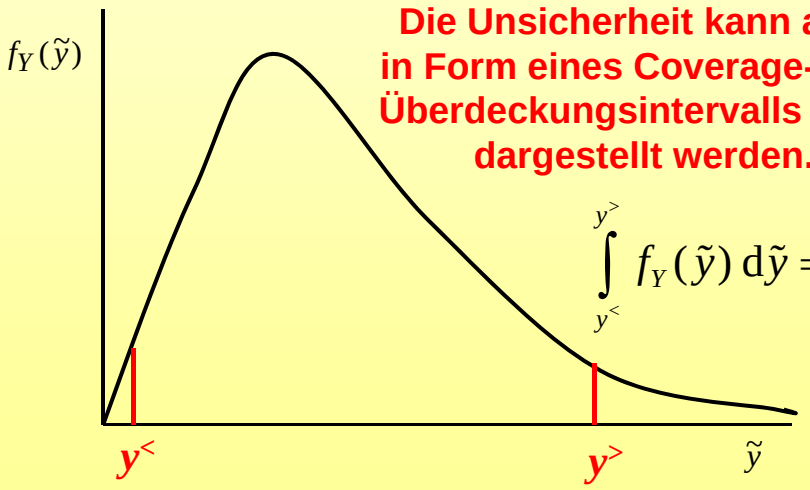
Sei $f_Y(\tilde{y})$ die PDF einer Zufallsvariable, die als Schätzer von Y dient



Dann stellt diese PDF die vollständige Beschreibung der Unsicherheit dar.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Sei $f_Y(\tilde{y})$ die PDF einer Zufallsvariable, die als Schätzer von Y dient



Die Unsicherheit kann auch in Form eines Coverage- oder Überdeckungsintervalls $[y^<, y^>]$ dargestellt werden.

$$\int_{y^<}^{y^>} f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y} = 1-\gamma$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

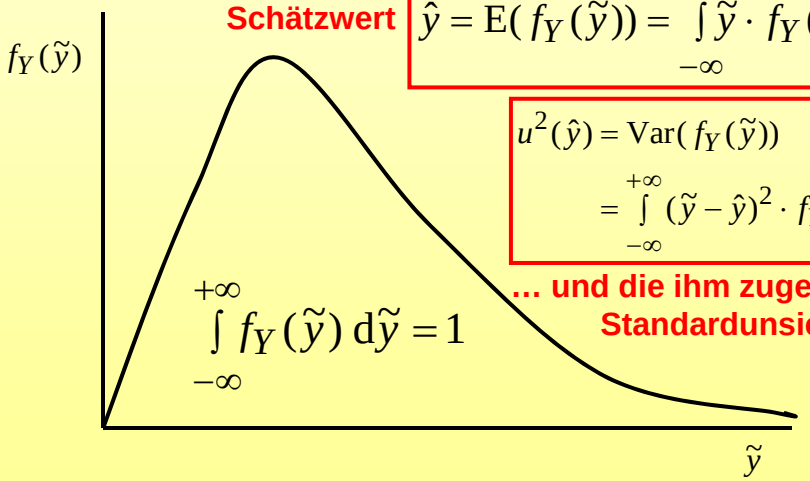
Sei $f_Y(\tilde{y})$ die PDF einer Zufallsvariable, die als Schätzer von Y dient

Der beste Schätzwert

$$\hat{y} = \mathrm{E}(f_Y(\tilde{y})) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{y} \cdot f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y}$$

$$u^2(\hat{y}) = \mathrm{Var}(f_Y(\tilde{y})) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{y}-\hat{y})^2 \cdot f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y}$$

... und die ihm zugeordnete Standardunsicherheit



$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y} = 1$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
Probability density function (PDF)

Sei Y eine Messgröße, deren Wert $\tilde{y}$ unsicher ist. Dann ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) $f_Y(\tilde{y})$ einer Zufallsgröße, die als Schätzer von Y dient:

Es gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y} = 1$$

Der beste Schätzwert des Wertes von Y ist:

$$\hat{y} = \mathrm{E}(f_y(\tilde{y})) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{y} \cdot f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y}$$

Mit seiner ihm zugeordneten Standardunsicherheit:

$$u^2(\hat{y}) = \mathrm{Var}(f_Y(\tilde{y})) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{y} - \hat{y})^2 \cdot f_Y(\tilde{y})\,\mathrm{d}\tilde{y}$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Dem Messwert zugeordnete Messunsicherheit (Unsicherheit, Standardunsicherheit)

Parameter zur Charakterisierung der Dispersion der (wahren) Werte einer Messgröße, die aufgrund der vorhandenen Information der Messgröße zugeordnet werden kann:

$$u(y)$$

International vocabulary of basic and general terms in metrology (VIM) — Third edition, ISO/IEC 2007.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Grundlagen der Metrologie

Seien X_i Größen, deren Werte $\tilde{x}_i$ unsicher sind.

Das Modell der Auswertung ist gegeben durch:

$$Y = G(X_1, \ldots, X_n)$$

Dabei ist Y die Ergebnisgröße und die X_i die Eingabe-größen.

Ein Schätzwert y von $\tilde{y}$ wird erhalten durch Einsetzen der Schätzwerte x_i der $\tilde{x}_i$ in die Modell Gleichung:

$$y = G(x_1, \ldots, x_n)$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Das Ziel unserer Bestrebungen:

$$f(\tilde{y} \mid y, \mathfrak{I})$$

Sie enthält alle Information.

Sie quantifiziert die Unsicherheit.

Bayes gegen frequentistische Statistik

$f(\tilde{y}|y,\mathfrak{I})$ & $f(y|\tilde{y})$

$f(y|\tilde{y})$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Thomas Bayes (* 1702 † 1761)

1763:
„Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances“

„Bayesian estimation“, i.e. calculating the probability of the validity of a proposition on the basis of a prior estimate of its probability and new relevant evidence.

$$f(\tilde{y}|y,\mathfrak{I}) = f(\tilde{y}|\mathfrak{I}) \cdot f_0(\tilde{y}|y)$$

Posterior **Modellprior** **Datenprior**

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

GUM Ansatz $f(\tilde{y}|y,\mathfrak{I}) = f(\tilde{y}|\mathfrak{I}) \cdot f_0(\tilde{y}|y)$

Wie kommen wir jetzt an:

$$f(\tilde{y}|\mathfrak{I}) \;\&\; f_0(\tilde{y}|y)$$

Die Funktionen hängen von der verfügbaren Information ab und können auf der Grundlage der Bayes Statistik u.a. mit dem Prinzip der maximalen Informationsentropie bestimmt werden.

E.T. Jaynes

Probability Theory: The Logic of Science

5.7.1922 – 30.4.1998

Das *Prinzip der maximalen (Informations-) Entropie (PME)* fordert

$$S = -\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(\tilde{x}|x) \cdot \ln f_X(\tilde{x}|x)\, \mathrm{d}\tilde{x} = \max$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

GUM Ansatz mittels Bayes-Statistik

Das Prinzip der maximalen Informationsentropie (Jaynes, 1982)

$$S = -\int f_0(\tilde{y}|y) \cdot \ln\left(f_0(\tilde{y}|y)\right) \mathrm{d}\tilde{y} = \max$$

mit den Nebenbedingungen $y = \mathrm{E}\left(f_0(\tilde{y}|y)\right)$

$$u^2(y) = \mathrm{Var}\left(f_0(\tilde{y}|y)\right)$$

führt zur Lösung:

$$f(\tilde{y}|y,\Im) = C \cdot f(\tilde{y}|\Im) \cdot \exp\left(-(\tilde{y}-y)^2/(2 \cdot u^2(y))\right)$$

Dies ist weder eine Näherung noch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung in wiederholten oder zählenden Messungen.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

GUM Ansatz mittels Bayes-Statistik III

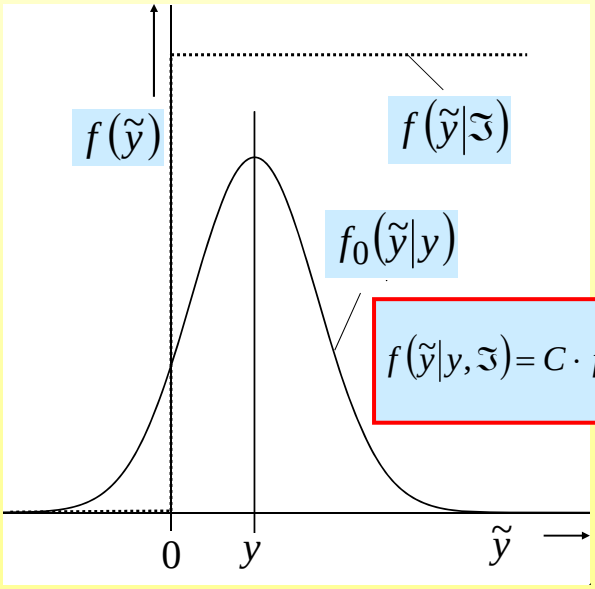
$f(\tilde{y}|\Im)$ **enthält alle Information, die vor Durchführung des Experimentes existiert; darum ist sie unabhängig von** y**.**

Beispiel:
Ein Modell Prior für eine nicht negative Messgröße

$$\tilde{y} \geq 0 \qquad f(\tilde{y}) = \begin{cases} \text{const} & (\tilde{y} \geq 0) \\ 0 & (\tilde{y} < 0) \end{cases}$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

$f(\tilde{y}|y,\Im)$ für eine nicht negative Messgröße



$$f(\tilde{y}|y,\Im) = C \cdot f(\tilde{y}|\Im) \cdot \exp\left(-\frac{(\tilde{y}-y)^2}{2 \cdot u^2(y)}\right)$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Kategorisierung der Ermittlung von Messunsicherheiten nach dem GUM

Einem Messwert y ist eine Messunsicherheit $u(y)$ zugeordnet.

Der ISO-Guide unterscheidet zwei Arten, wie Messunsicherheiten ermittelt werden: **Typ A** und **Typ B**.

Typ A Unsicherheiten werden als Standard-abweichungen aus mehrfach wiederholten Messungen oder aus zählenden Messungen, z.B. über $u^2(n) = n$, ermittelt.

Typ B Unsicherheiten stammen aus anderen Quellen.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Das Problem mit der konventionellen oder frequentistischen Statistik:

Wie soll man Typ B Unsicherheiten berücksichtigen?

Es ist unmöglich !!!

Nur Bayes-Statistik kann Typ B Unsicherheiten berücksichtigen.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Messunsicherheit $u(y)$ nach dem GUM

$$y = G(x_i; i = 1,\ldots,m)$$

Für ein Modell der Auswertung $y = G(x_i, i = 1,\ldots,m)$ kann die Standardmessunsicherheit $u(y)$ der Mess- oder Ergebnisgröße Y zum Mess- oder Ergebniswert y mit den Korrelationskoeffizienten $r(x_i,x_j)$, den Standardunsicherheiten $u(x_i)$ der x_i und den Sensitivitätskoeffizienten c_i geschrieben werden als:

$$u^2(y) = \sum_{i,j=1}^{m} \frac{\partial G}{\partial x_i}\frac{\partial G}{\partial x_j} u(x_i, x_j) \qquad c_i \equiv \partial G / \partial X_i$$

$$= \sum_{i=1}^{m} c_i^2 \cdot u^2(x_i) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^{m} c_i \cdot c_j \cdot u(x_i) \cdot u(x_j) \cdot r(x_i, x_j)$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Der GUM Ansatz ist minimalistisch!

- Er gilt nur für linearisierbare Modelle der Auswertung.
- Er benutzt eine Taylorreihenentwicklung erster Ordnung.
- Er kennt nur y und $u(y)$. Daus folgen die Nebenbedingungen

$$y = \mathrm{E}\left(f_0(\tilde{y}|y)\right) \qquad u^2(y) = \mathrm{Var}\left(f_0(\tilde{y}|y)\right)$$

und damit die Normalverteilung als PDF.

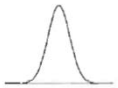
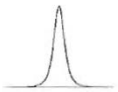
R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Die PDF hängt von der verfügbaren Information ab !

- Das GUM Supplement 1 stellt klar, dass der GUM nur auf der Basis der Bayes Statistik funktioniert.
- Das GUM Supplement 1 benutzt das Prinzip der maximalen Entropie (PME), um abhängig von der verfügbaren Information verschiedenste PDFs zu bestimmen.

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Verfügbare Information ergibt die PDF

Sinusoidal cycling between lower and upper limits a, b	Arc sine (U-shaped): $\mathrm{U}(a,b)$	
GUM Best estimate x and associated standard uncertainty $u(x)$	Gaussian: $\mathrm{N}(x,u^2(x))$	
Best estimate $\boldsymbol{x}$ of vector quantity and associated uncertainty matrix $\boldsymbol{U_x}$	Multivariate Gaussian: $\mathrm{N}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{U_x})$	
Series of indications $x_1,\ldots,x_n$ sampled independently from a quantity having a Gaussian distribution, with unknown expectation and unknown variance	Scaled and shifted t: $\mathrm{t}_{n-1}(\bar{x},s^2/n)$ with $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$, $s^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2/(n-1)$	

ISO GUM/Supplement (2008)

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Available information	Assigned PDF and illustration (not to scale)
Lower and upper limits a, b	Rectangular: $\mathrm{R}(a,b)$
Inexact lower and upper limits $a \pm d$, $b \pm d$	Curvilinear trapezoid: $\mathrm{CTrap}(a,b,d)$
Sum of two quantities assigned rectangular distributions with lower and upper limits a_1, b_1 and a_2, b_2	Trapezoidal: $\mathrm{Trap}(a,b,\beta)$ with $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$, $\beta = [(b_1 - a_1) - (b_2 - a_2)]/(b - a)$
Sum of two quantities assigned rectangular distributions with lower and upper limits a_1, b_1 and a_2, b_2 and the same semi-width $(b_1 - a_1 = b_2 - a_2)$	Triangular: $\mathrm{T}(a,b)$ with $a = a_1 + a_2$, $b = b_1 + b_2$
Sinusoidal cycling between lower and upper limits a, b	Arc sine (U-shaped): $\mathrm{U}(a,b)$
Best estimate x and associated standard uncertainty $u(x)$	Gaussian: $\mathrm{N}(x,u^2(x))$
Best estimate $\boldsymbol{x}$ of vector quantity and associated uncertainty matrix $\boldsymbol{U_x}$	Multivariate Gaussian: $\mathrm{N}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{U_x})$
Series of indications $x_1,\ldots,x_n$ sampled independently from a quantity having a Gaussian distribution, with unknown expectation and unknown variance	Scaled and shifted t: $\mathrm{t}_{n-1}(\bar{x},s^2/n)$ with $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i/n$, $s^2 = \sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2/(n-1)$
Best estimate x, expanded uncertainty U_p, coverage factor k_p and effective degrees of freedom ν_{eff}	Scaled and shifted t: $\mathrm{t}_{\nu_{eff}}(x,(U_p/k_p)^2)$
Best estimate x of non-negative quantity	Exponential: $\mathrm{Ex}(1/x)$
Number q of objects counted	Gamma: $\mathrm{G}(q+1,1)$

Ein Appetithappen aus dem GUM/Suppl. I

$$y = G(x_i; i = 1,\ldots,m)$$

Verfügbare Information und die zugehörige PDF

Monte Carlo Verfahren erlauben die Berechnung der PDF der Ergebnisgröße aus den PDFs der Eingangsgrößen.

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) = C \cdot \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) \cdot \delta(Y - G(\mathbf{X}))\,\mathrm{d}\mathbf{X}$$

DRAFT ISO GUIDE 98:1995/Suppl. 1.2

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Die Markow-Formel

Modell $\mathbf{Y} = G(\mathbf{X})$

$\Im : \mathbf{x}, \mathbf{U_x}$; prior information about $\mathbf{Y}$,
e.g. $\Im_{\text{prior}} : \mathbf{Y} > 0$

PDF $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$: $\mathbf{U}_{\mathbf{x}} = \mathrm{Cov}(\mathbf{X})$
$\mathbf{x} = \mathrm{E}(\mathbf{X})$ ohne Prior-Information

Andrei Andrejewitsch Markow,
*** 2. Juni 1856; † 20. Juli 1922**

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{Y}|\mathbf{X}) = C \cdot \int f_{\mathbf{X}}(\mathbf{X}) \cdot \delta(Y - G(\mathbf{X}))\, \mathrm{d}\mathbf{X}$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Messung und Auswertung

- Mit Durchführung der Messungen man erhält primäre Messergebnisse x_i mit den zugeordneten Unsicherheiten $u(x_i)$.
- Die Auswertung der Messung(en) nach dem GUM, GUM Supplement 1 und 2 oder DIN 1319 Teil 3 und 4 ergibt vollständige Messergebnisse:

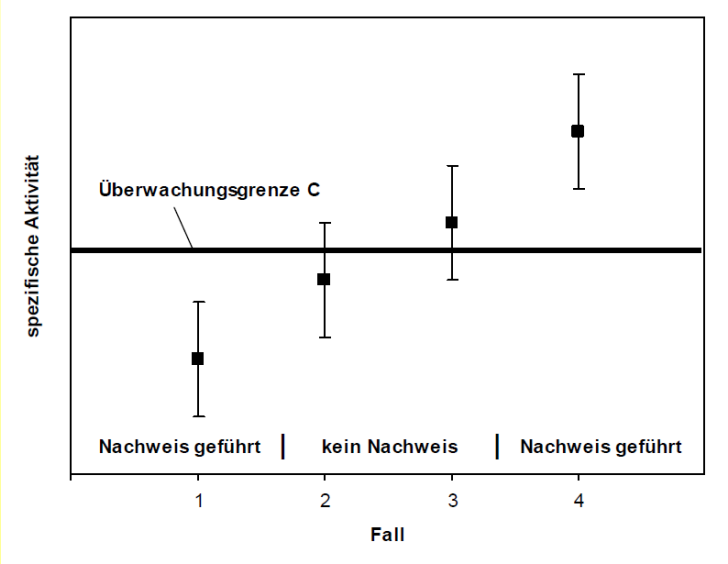
$$\{y_1, y_2, \ldots, y_n\}; \{u(y_1), \ldots, u(y_n)\}$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Unsicherheit und Entscheidungen

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

SSK (2005) „Grundsätze und Methoden zur Berücksichtigung von statistischen Unsicherheiten für die Ermittlung repräsentativer Werte der spezifischen Aktivität von Rückständen" Erläuterungen zu der Empfehlung der SSK.



R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Conformity

Wann stimmen zwei Werte y_1 und y_2 überein?

$$|y_1 - y_2| \leq \beta \cdot u(y_1 - y_2)$$

mit β im Bereich von 1 bis 3.

$\beta = \sqrt{2}$ ist nach der Bayes Theory zu bevorzugen.

Die Mathematik sagt es nicht, der Mensch muss entscheiden!

K. Weise, W. Wöger, Meas. Sci. Technol. 5 (1994) 879 – 882.

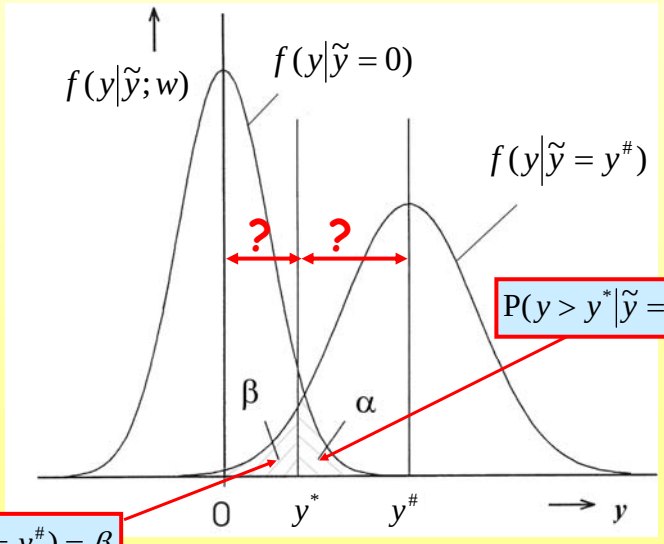
R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Victor Vasnetsov, Knight at the Cross-roads, 1882, The Russian Museum St. Petersburg

Man benötigt eine Entscheidungstheorie

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

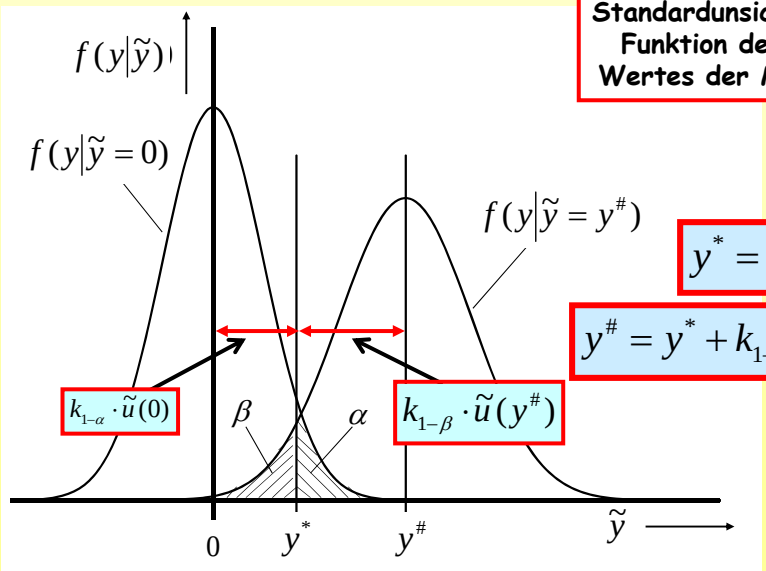
ISO 11929: Erkennungsgrenze y^* und Nachweisgrenze $y^\#$



$P(y<y^*|\tilde{y}=y^\#)=\beta$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

ISO 11929: Erkennungsgrenze y^* und Nachweisgrenze $y^\#$



Standardunsicherheit als Funktion des wahren Wertes der Messgröße: $\tilde{u}(\tilde{y})$

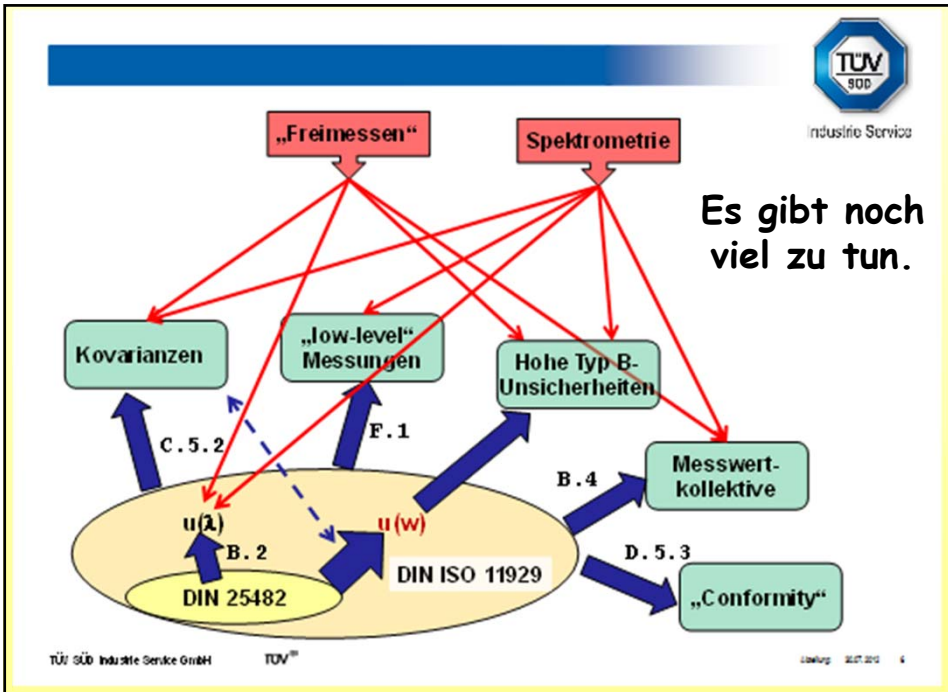
$$y^* = k_{1-\alpha}\cdot\tilde{u}(0)$$

$$y^\# = y^* + k_{1-\beta}\cdot\tilde{u}(y^\#)$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Zukünftige Aufgaben

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

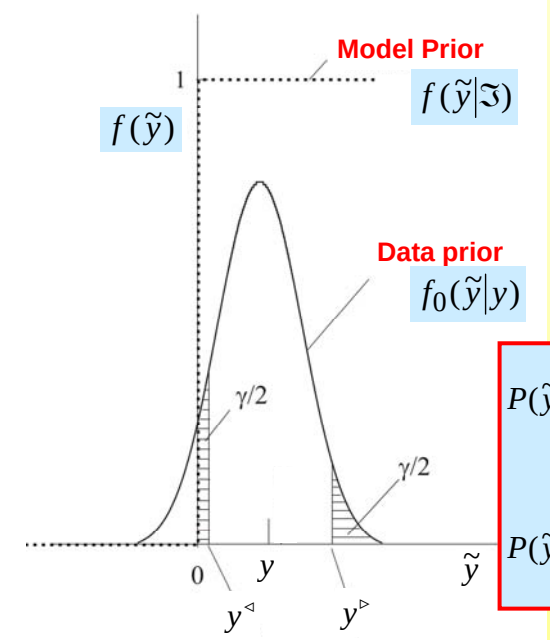


R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Eine der offenen Fragen:

Vertrauens- oder Überdeckungsbereich

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover



Grenzen des Vertrauensbereichs
$y^{\triangleleft}$ **und** $y^{\triangleright}$

Der heißt in Zukunft Überdeckungsbereich!

$$P(\tilde{y} < y^{\triangleleft}|y) = \int_{-\infty}^{y^{\triangleleft}} f(\tilde{y}|y)\,\mathrm{d}\tilde{y} = \gamma/2$$

$$P(\tilde{y} > y^{\triangleright}|y) = \int_{y^{\triangleright}}^{\infty} f(\tilde{y}|y)\,\mathrm{d}\tilde{y} = \gamma/2$$

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Warum liegt die „Null" nie im Überdeckungsbereich nach DIN ISO 11929.

Wenn man den kürzesten Überdeckungsbereich wählen würde, würde dieses Problem behoben.

Dies ist der Vorschlag des AK SIGMA für die Revision von ISO 11929.

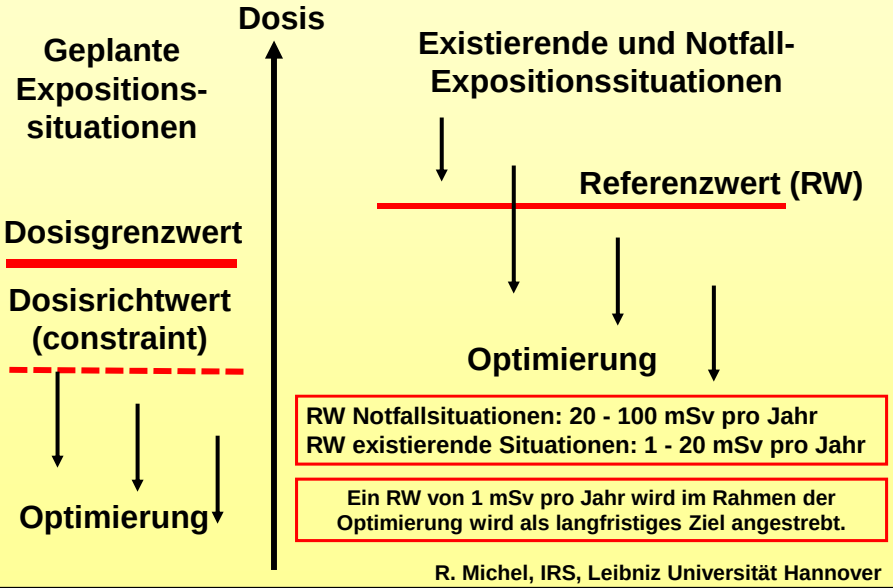
R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Ein Zukunftsfeld für Unsicherheiten:

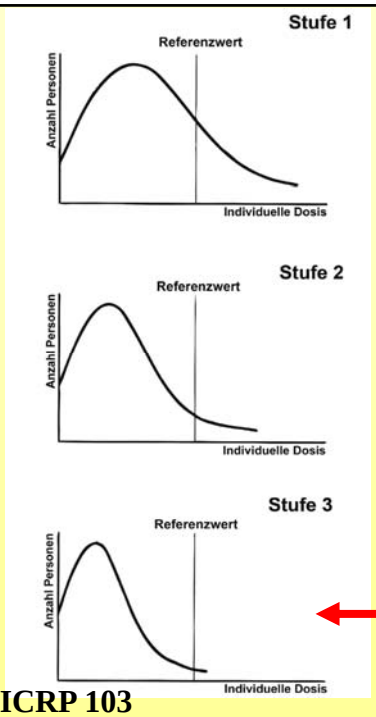
Optimierung nach ICRP 103

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Optimierung, Dosisrichtwerte (Constraints) und Referenzwerte (ICRP 103)



R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover



ICRP 103

Verwendung eines Referenzwertes bei einer bestehenden Expositionssituation und zeitlicher Verlauf der Verteilung individueller Dosen als Ergebnis des Optimierungsverfahrens

Ein Referenzwert von 1 mSv pro Jahr wird als langfristiges Ziel angestrebt.

Entwicklung der Verteilungen der individuellen Dosen als ein Ergebnis von Strahlenschutzmaßnahmen

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Die Welt der charakteristischen Grenzen ist konfus und widersprüchlich, wir müssen sie weiter missionieren.

- ISO 11843-1 (1997)
- ISO 11929-1 (2000)
- ISO 11929-7 (2005)
- MARLAP (Version 2005)
- ISO 11929 (2010)
- ...
- ...

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Konfusion der Terminologie in Deutschland

	Strahlungs-messung ISO 11929	Chemische Analytik DIN 32645	Qualitäts-sicherung DIN 55350-34
Nicht vereinbar mit Nulleffekt	Erkennungs-grenze	Nachweis-grenze	Erfassungs-grenze
Hinreichend nachweisbar	Nachweis-grenze	Erfassungs-grenze	Erfassungs-vermögen
Hinreichend genau nachweisbar	-	Bestimmungs-grenze	

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Auch die Unsicherheit über die Nomenklatur ist groß!

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover

Die Zukunft des AK SIGMA

- Wohin geht es wissenschaftlich?
- Wohin gehen wir organisatorisch?
- Benötigt der Strahlenschutz Unsicherheiten und charakteristische Grenzen?
- Aktualisierung der Messanleitungen des Bundes und des AKU
- Service für zukünftige Anwendungen
- AK SIGMA, AKU, …: Der FS und seine Rolle bei der Pflege von Normen

R. Michel, IRS, Leibniz Universität Hannover


… das Ende.
Download unter
www.irs.uni-hannover.de/Michel